g admet 0 comme minimum absolu

$\Rightarrow g(x) \geq 0; \forall x \in \left]-\frac{1}{b}, +\infty\right[$

$f'(x) = \frac{g(x)}{(ax+1)(bx+1)\left[Ln(bx+1)\right]^2}$

Le signe de f'(x) est celui de g(x)

$\forall x \in \left]-\frac{1}{b}, 0\right[, g(x) > 0$

f est strictement croissante sur $\left]-\frac{1}{b}, 0\right[$

de même f est strictement croissante sur $]0, +\infty[$.

4) $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} \Rightarrow f\left(\frac{1}{a}\right) < f\left(\frac{1}{b}\right)$

Car f est strictement croissante sur $]0, +\infty[$

$\Rightarrow \frac{Ln2}{Ln\left(\frac{b}{a}+1\right)} > \frac{Ln\left(\frac{a}{b}+1\right)}{Ln2}$

$\Rightarrow (Ln2)^2 > Ln\left(\frac{a}{b}+1\right).Ln\left(\frac{b}{a}+1\right)$

EX 13 :

1) $U(x) = Lnx - \frac{x-1}{x}$

$\lim_{x \to +\infty} U(x) = \lim_{x \to +\infty} \left(Lnx - 1 + \frac{1}{x} \right) = +\infty$

$\lim_{x \to 0^+} U(x) = \lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x}\left[\underbrace{xLnx}_{0} - x + 1 \right] = +\infty$

$U'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} = \frac{x-1}{x^2}$

x	0		1		+∞
U'(x)	‖	-	0	+	
U(x)	‖	+∞ ↘	0	↗ +∞	

$*V(x) = x - 1 - Lnx$

$\lim_{x \to 0^+} V(x) = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} V(x) = \lim_{x \to +\infty} x\left[1 - \underbrace{\frac{1}{x}}_{0} - \underbrace{\frac{Lnx}{x}}_{0} \right]$

$V'(x) = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}$

x	0		1		+∞
V'(x)	‖	-	0	+	
V(x)	‖	+∞ ↘	0	↗ +∞	

2) * U admet 0 comme minimum absolu ⇨

$U(x) \geq 0; \forall x \in IR_+^*$

$\Rightarrow Lnx - \frac{x-1}{x} >, \forall x \in IR_+^*$

$\boxed{\Rightarrow \frac{x-1}{x} \leq Lnx}(1)$

* V admet 0 comme minimum absolu ⇨

$V(x) \geq 0, \forall x \in IR_+^*$

$\Rightarrow x - 1 - Lnx \geq 0; \forall x \in IR_+^*$

$\boxed{\Rightarrow Lnx \leq x - 1}(2)$

$(1)+(2) \Rightarrow \frac{x-1}{x} \leq Lnx \leq x - 1; \forall x \in IR_+^*$

3) * pour $x = 1 + \frac{1}{n}$

$Lnx \leq x - 1 \Rightarrow Ln\left(1 + \frac{1}{n}\right) \leq \frac{1}{n}$

$\Rightarrow n.Ln\left(1 + \frac{1}{n}\right) \leq 1$

$\Rightarrow Ln\left[\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n\right] \leq Lne$

$\boxed{\Rightarrow \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \leq e}(I)$

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn